La vie c'est comme un problème de Maths…

Lorsque c'est trop facile…

Quelque chose est louche…

Les mathématiques

Les domaines de la connaissance

Introduction

- Les mathématiques sont le types de sujet qui soit charment les gens ou les alarment. Personne ne reste réellement indifférent.
- De plus lorsque l'on vous pose la question à savoir ce qui pourrait être le plus certains dans le monde, souvent les gens répondront : 2 + 2 = 4

Introduction

- De façon générale, l'on pourrait décrire les mathématiques comme la recherche de formules représentant des patrons abstraits.
- Il y a quelque chose d'incroyable au fait que, peut importe ce que vous choisissez, si vous en prenez deux et que vous en ajouter deux de plus, vous finissez *toujours* a en avoir 4.

Introduction

- Le fait qu'il semble y avoir un ordre invisible qui régit le monde, que nous interprétons à travers les mathématiques, ne nous permet pas seulement d'avoir une certaine certitude, mais est d'une énorme utilité.
- La preuve est que la « littéracie » mathématiques est désormais un prérequis à toute carrière dans les domaines de la science!

Introduction

- Les mathématiques peuvent rassurer certaines personnes avec une certitude, d'autres les craindrons justement pour la même raison : car il ne laisse aucune pour se faufiler avec de faux arguments.
- Si vous faites une erreur : Il est possible de vous *montrer* où.
- Vous ne pouvez pas dire « que c'est votre interprétation » ou « cela dépend ce que l'on veut dire par… » Vous avez tord!

Activité 12.1

- Jusqu'à quelle point est-ce que notre croyance dans la valeur des mathématiques est déterminée par notre aptitude dans le sujet?

Activité 12.2

- Comment serait notre interprétation du monde si nous n'avions pas de mots pour les nombres?

Introduction

- La base 10 est universel, vraiment?
  - Y a-t-il une raison?
- Les « Yuki », un peuple indigène, compte en base 8, en comptant les espace entre les doigts.
- Les ordinateurs comptent en base 2.

Le paradigme mathématique

- Les mathématiques sont la science des preuves.
- Les Grecs sont les premiers à avoir organiser les mathématiques en un ensemble rigoureux.
- La géométrie que vous étudiez au secondaire aujourd'hui est de la géométrie Euclidienne

Le paradigme mathématique

- La géométrie Euclidienne est basé sur un système formel.
  - Les axiomes.
  - Le raisonnement déductif.
  - Les théorèmes.
- Lorsque vous raisonnez formellement, vous commencer par des axiomes, vous utilisez un raisonnement déductif et dérivez des théorèmes.

Les axiomes

- Les axiomes d'un système sont les éléments de base ou les assomptions.
- Au moins jusqu'au 19^{e} siècle, les axiomes étaient considérés comme des vérités évidentes.
- Toutefois, comme vu lors du chapitre de la raison, il est impossible de tout prouver car autrement nous tombons dans une spirale de raisonnement.

Les axiomes

- Les 4 fondements sont :
  - Consistance : Si vous pouvez déduire *x* et *non-x* du même axiomes ce n'est pas consistent.
  - Indépendance : Un axiome ne peut être déduit d'un (d') autre(s) axiome(s), dans ce cas il s'agit de théorème.
  - Simple : Comme les axiomes sont accepté sans preuves, il se doivent d'être simple.
  - Fructueux : Un bon ensemble d'axiomes devrait vous permettre de prouver autant de théorème que possible.

Les premiers axiomes

- En se basant sur deux définition de bases :
  - Un point n'as pas de parties.
  - Une ligne a une longueur mais aucune largeur.
- Euclide a postulé cinq axiomes :
  - Il sera possible de tracer une ligne droite entre deux points.
  - Une ligne droite peut être allongé sans limites dans chacune des directions.
  - Il sera possible de tracer une cercle avec un centre donner et passant par un point donné.
  - Tous les angles droits sont équivalents.
  - Il ne peut y avoir qu'une seule ligne passant par un point donné qui peut être parallèle à une autre ligne donnée.

Le raisonnement déductif

- Tel que discuter lorsque nous avons parler de la raison, un syllogisme est :
  - Tous les humains sont mortel. (1)
  - Socrate est un humain. (2)
  - Donc Socrate est un mortel. (3)
- (1) et (2), sont ici nos prémisses et (3) notre conclusion. Si (1) et (2) sont vrais alors (3) est nécessairement vrai.
- En mathématiques, les axiomes sont comme les prémisses et les théorèmes sont les conclusions.

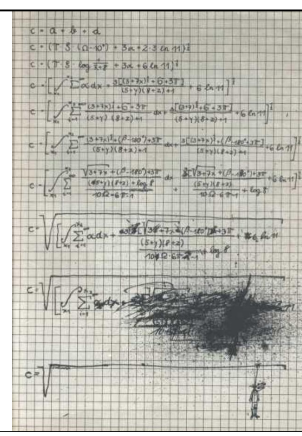
Les théorèmes

- En utilisant ces 5 axiomes et sont raisonnement déductif, Euclide en est arrivé aux théorèmes suivants :
  - Les lignes perpendiculaires à la même ligne sont parallèles.
  - Deux lignes droites ne peuvent refermer une surface.
  - La somme des angles d'un triangle est 180 degrés
  - La somme des angles du même côté d'une sécante sur une ligne droite est 180 degrés

La complexification

- Des théorèmes aussi simple peuvent être utilisés pour construire d'autres théorèmes.
  - Si a + c = 180
  - Prouvez b = c
- Voici une preuve:

–	a + c = 180	Donné
– et	a + b = 180	Théorème 4
– donc	a + c = a + b	Par substitution
– donc	b = c	SQFD



Les preuves et les conjectures

- Les preuves sont des théorèmes qui ont été prouvé grâce à des axiomes.
- Une conjecture est un théorèmes qui, bien que vrai pour tous les nombre connues, n'a toujours pas été prouvé comme étant nécessairement vrai.

Le processus de preuve

- La somme des premiers nombres impairs $x = x^2$
  - Où x est un nombre déterminé.
- Voyons :

– 1	= 1	= 1^2	Vrai
– 1 + 3	= 4	= 2^2	Vrai
– 1 + 3 + 5	= 9	= 3^2	Vrai
– 1 + 3 + 5 + 7	= 16	= 4^2	Vrai
– 1 + 3 + 5 +7 + 9	= 25	= 5^2	Vrai

- Voilà c'est prouvé !

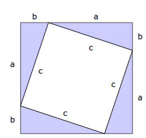
Le processus de preuve

- Vraiment?
  - Ce n'est pas parce que nous avons vérifier jusqu'à n = 5 que c'est vrai pour n=infini.
  - Ce processus est dit inductif et n'est nullement possible d'obtenir une preuve se faisant, car nul ne peut se vanter d'avoir tester toutes les possibilités!
  - Ce n'est pas parce que toutes les Oies que tu as vue sont blanches que toutes les Oies sont blanches.

Le processus de preuve

Le processus de preuve

- Ainsi, seulement une séquence d'axiomes menant à un théorème peut compter comme preuve mathématique.



Aire du triangle :

$$\mathcal{A}_{triangle} = \frac{ab}{2}$$

Aire du grand carré :

$$\mathcal{A}_{grand} = (a+b)^2$$

Aire du petit carré :

$$\mathcal{A}_{petit} = c^2$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{grand} &= \mathcal{A}_{petit} + 4 \times \mathcal{A}_{triangle} \\ \mathcal{A}_{grand} - 4 \times \mathcal{A}_{triangle} &= \mathcal{A}_{petit} \\ (a+b)^2 - 4 \times \frac{ab}{2} &= c^2 \\ a^2 + b^2 + 2ab - 2ab &= c^2 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \end{aligned}$$

Beauté, élégance et intuition

- La plupart des gens n'associe pas les mathématiques avec les mots susmentionnés.
- Mais pourtant l'analyse de quelques exemples peut nous en donner une compréhension de ce que veulent dire les mathématiciens.

Activité 12.3

- S'il y a 1 024 participants dans un tournoi d'échec à simple élimination, combien faudra-t-il de parties avant de pouvoir déclarer un champion?

Activité 12.3

- Quelle est la somme des nombres compris (et incluant) 1 et 100?

Activité 12.5

- Si vous attacher une corde autour de « l'équateur » d'un ballon de soccer et que vous voulez ajouter ensuite de la corde afin que celle-ci se retrouve à 1 pouce de la surface du ballon, il vous faudra 6 pouces de plus de corde.
- Si vous réussissez à attacher une corde à l'équateur de la terre :

Activité 12.5

- Faite une prédiction intelligente sur la quantité de corde que vous auriez besoin d'ajouter si vous voulez avoir cette corde à 1 pouce du sol de la terre?

Beauté, élégance et intuition

- Vous avez peut-être été surpris de découvrir que la quantité à ajouter sur la corde entourant la terre est la même que celle nécessaire pour une balle de soccer.
- Mais un mathématicien avec une intuition éduquée ne serait pas surpris par ce résultat.
- Les intuitions ne sont pas accepté par la communauté mathématique à moins d'être prouvé.

La dimension sociale et le rôle des technologies

- Les mathématiques sont maintenant si complexes que seul une poignée d'expert peuvent comprendre les nouvelles preuves qui font maintenant des centaines de pages.
- De plus, l'utilisation d'appareils afin de facilité les calculs a grandement aider la complexification des mathématiques.
- http://www.physique.usherbrooke.ca/~afaribau/essai/

La dimension sociale et le rôle des technologies

- les ordinateurs sont de plus en plus présent dans nos vies, bien qu'ils nous aident à faire des opérations complexes, les ordinateurs ont deux problèmes :
  - Ils sont conçu par des humains faillibles.
  - L'utilisation de tels appareils peut mener à une dé-compréhension des mathématiques et à faire uniquement confiance à la machine. L'objectif ne devrait pas de *savoir* la réponse, mais de *comprendre*.

Découvert ou inventé?

- Est-ce que les mathématiques ont été découvert ou inventé?

Activité 12.11

- Quel est la différence entre dire que quelque chose est « découvert » et quelque chose est « inventé ».
- Quels sont les choses qui sont dits comme étant découvert?
- Quels sont les choses qui sont dits comme étant inventé?

Activité 12.11

- Croyez-vous qu'une espèce extraterrestre pourvu d'intelligence pourrait parvenir au même type de mathématique que nous?
- Ou croyez-vous qu'ils développeraient un système totalement différent?

Les mathématiques appliqués

- La suite de Fibonacci
  - 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55 …
  - Peut être observé dans plusieurs composant qui nous entourent.
  - Le nombre d'or (environ 1,618) serait présent dans les proportions humaines ou autres…

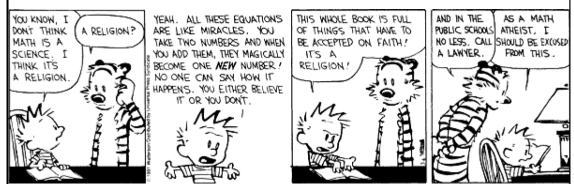
Les mathématiques appliqués

- L'utilité des mathématiques :
  - Un Grec nommé Apollonius de Perga (c262-c190 AVJC) a écrit 8 volumineux tomes sur la géométrie des ellipses. Bien que considéré inutile à l'époque.
  - Ce n'est que lorsque Kepler (1571-1630) a découvert que les orbites des planètes étaient des ellipses que les travaux d'Apollonius ont trouver une application pratique!

Activité 12.15

- Jusqu'à quel point est-ce que les gouvernements devraient selon vous investir dans la recherche en mathématique pure?

Conclusion



Exemple d'essai

- Jusqu'à quel point est-ce que la vérité en mathématiques est-elle différente de celle en arts et éthiques?
- Les mathématiques ont un concept de preuve rigoureuse, ce qui mène à savoir quelque chose avec une certitude complète. Considérer jusqu'à quel point il est possible d'obtenir une certitude complète en mathématique et dans au moins un autre domaine de connaissance.

Les questions sur la connaissance

- Pourquoi existe-t-il parfois une certaine divergence entre les descriptions mathématiques et le monde? (Par exemple : si j'ai quatre vaches et j'en ôte cinq, combien m'en reste-t-il?)
- Les mathématiques ont-elles été inventés ou découvertes?
- Si les mathématiques sont présentes dans le monde alors à quels endroits se trouvent-elles exactement?

Les questions sur la connaissance

- Si les mathématiques sont un jeu intellectuel abstrait (comme les échecs) alors pourquoi savent-elles si bien décrire le monde?
- Si les mathématiques sont une invention humaine, pourquoi avons-nous parfois le sentiment que les vérités mathématiques correspondent à des réalités objectives sur le monde plutôt que des constructions de l'esprit humain?
- Pourquoi l'élégance ou la beauté devraient-elles avoir une pertinence par rapport à la valeur mathématique?

Suggestion de thèmes à étudier

- Les preuves mathématiques simples.
- La beauté et l'élégance en mathématiques.
- Les axiomes et le rejet de la méthode axiomatique.
- Les mathématiques dans la nature.